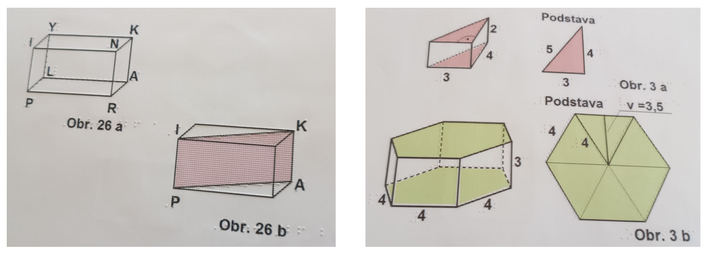
Využitie 3D tlače pri vyučovaní stereometrie žiakov so zrakovým znevýhodnením

Didaktické východiská

Jedným z predpokladov porozumenia stereometrii je schopnosť vytvoriť si mentálnu predstavu priestorového telesa na základe jeho dvojrozmerného priemetu, s ktorým žiaci pracujú v učebniciach a zošitoch. Žiak musí z rovinného zobrazenia vyvodiť priestorové usporiadanie telesa a vzájomné vzťahy jeho geometrických prvkov. Tento proces býva náročný aj pre časť vidiacich žiakov [2], pričom pre žiakov so zrakovým znevýhodnením predstavuje osobitnú výzvu [3]. Hmatom získavajú informácie postupne, skúmajúc jednotlivé časti obrysu a povrchu, ktoré následne skladajú do predstavy celku. Pri rozpoznávaní geometrických objektov vo vnútri telesa preto zohráva dôležitú úlohu prístupný priestorový model s jednoznačnými hmatovými označeniami [1]. Naším cieľom je preto navrhnúť vhodné haptické modely k učivu o kocke, kvádri a hranoloch pre 7. a 8. ročník ZŠ [5].

Reliéfna grafika v učebniciach

Geometrické obrázky v prispôsobených učebniciach využívajú reliéfnu grafiku, teda tyflografické zobrazenia. Texty, čísla a matematické symboly sa zapisujú Braillovým písmom. Vystúpené línie, bodové výplne a popisy umožňujú hmatom sledovať hranice útvarov a rozlišovať plochy. Takéto znaky a bodovú reliéfnu grafiku dokážu tlačiť špeciálne Braillovské tlačiarne (obr. 1).

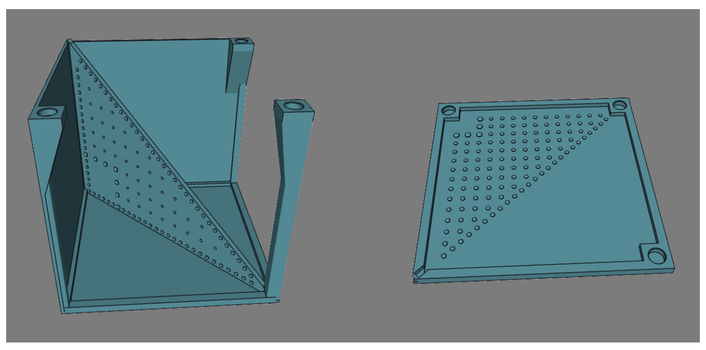


Obr. 1. Reliéfna grafika v učebnici [4].

V učebniciach sa teleso znázorňuje bodkovaným reliéfnym priemetom vo voľnom rovnobežnom premietaní, v ktorom sú vyznačené aj jeho vnútorné prvky. Vedľa priemetu býva samostatne zobrazená podstava v jej skutočnom tvare, čo žiakovi uľahčuje predstaviť si jej geometriu.

Návrh a tvorba modelov

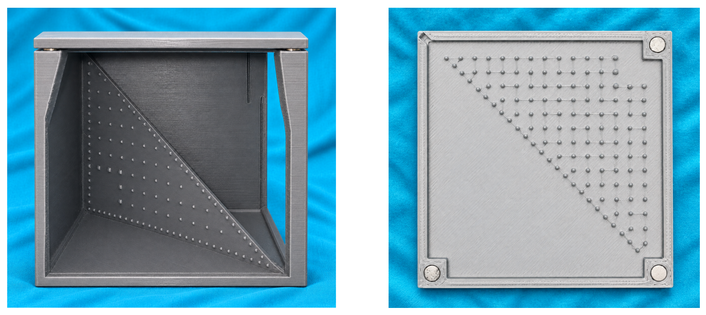
Nadväzujeme na tvorbu hmatových pomôcok pomocou 3D pera [1]. Priestorové modely majú podporiť nevidiacich žiakov pri rozpoznávaní pravouhlých trojuholníkov v telesách a pri určovaní ich odvesien a prepony. Identifikovať tieto trojuholníky je dôležité pri používaní Pytagorovej vety vyjadrujúcej vzťah medzi dĺžkami strán a na určovanie neznámych dĺžok.
Haptické modely navrhujeme parametricky v programe OpenSCAD a súbory STL pripravujeme na tlač v programe PrusaSlicer (obr. 2).



Obr. 2. Návrh modelov v programe OpenSCAD.

Dve otvorené bočné steny a odnímateľná vrchná stena sprístupňujú vnútro kocky. Rozmery a otvory volíme tak, aby žiak mohol vložiť ruky do modelu a prstami sledovať vnútorné úsečky aj obe strany vnútorného trojuholníka.Vrchná stena kocky sa pripája tromi pármi magnetov.

Hrany kocky sú zvýraznené hrubším okrajom na vnútornej strane kocky. Jemnejšie bodky vytvárajú textúru vybraného trojuholníka, zatiaľ čo väčšie bodky tvoria zalomenú značku pravého uhla. Bodkovaný reliéf nadväzuje na skúsenosť žiakov používajúcich Braillovo písmo. Význam oboch typov bodiek učiteľ vysvetlí pred prácou s modelom (obr. 3).



Obr. 3. Hotový haptický model kocky s vnútornými prvkami.

Práca žiaka s modelom

Žiak preskúma vonkajší tvar kocky. Vyhľadá vrcholy, hrany a steny a porovná ich s reliéfnym obrázkom. Učiteľ pomenúva sledované prvky a vysvetlí význam jemnej textúry a značky pravého uhla.
Na odnímateľnej vrchnej stene žiak vyhľadá pravý uhol a určí odvesny tvorené susednými hranami kocky. Preponou je stenová uhlopriečka u_s. Pre hranu dĺžky a zapíše $u_s^2 = a^2 + a^2$. Vo vnútri kocky vyhľadá druhý pravouhlý trojuholník. Jeho odvesnami sú uhlopriečka spodnej steny a hrana kolmá na túto stenu. Zo zhodnosti stien kocky odvodí rovnosť dĺžok ich uhlopriečok
Preponou je telesová uhlopriečka u_t, ktorá spája protiľahlé vrcholy kocky. Zapíše $u_t^2 = u_s^2 + a^2$ a vysvetlí, ako pri výpočte využije dĺžku stenovej uhlopriečky.
Učiteľ otázkami overuje rozlíšenie odvesien a prepony aj stenovej a telesovej uhlopriečky. Žiak príslušné úsečky ukáže a svoj výber zdôvodní. Po pootočení modelu trojuholník opätovne vyhľadá. V nadväzujúcej úlohe určí stenovú uhlopriečku zo známej telesovej uhlopriečky a hrany a podľa toho upraví zápis Pytagorovej vety.
Návrh modelov a ich využitie vo vyučovaní konzultujeme so *Spojenou školou internátnou pre žiakov so zrakovým postihnutím* na Svrčej 6 v Bratislave. Cieľom konzultácií je posúdiť hmatovú čitateľnosť, prístupnosť vnútorných prvkov a primeranosť navrhnutých úloh.

Literatúra

[1] Z. Kucharová.
Využitie 3D pera vo výučbe základov geometrie pre zrakovo znevýhodnených žiakov, 2026.

[2] S. Kudličková, M. Bátorová, and A. Mackovová.
Tradičné a inovatívne rozvíjanie priestorovej predstavivosti.
Univerzita Komenského, Bratislava, 2025.

[3] J. Lopúchová.
Príručka o vzdelávaní žiaka s poruchou zraku v bežnej škole.
IRIS, Bratislava, 2021.

[4] Z. Vitališová.
Matematika pre 8.ročník ZŠ pre nevidiacich a žiakov so zvyškami zraku.
Bratislava.

[5] Štátny pedagogický ústav.
Matematika: nižšie stredné vzdelávanie. vzdelávací štandard.
Technical report, Ministerstvo školstva SR.

Táto práca vznikla s podporou projektu KEGA 070UK-4/2026, riešeného na Univerzite Komenského v Bratislave.

FAKULTA MATEMATIKY, FYZIKY A INFORMATIKY
Univerzita Komenského v Bratislave

MATFYZ CONNECTIONS

Róbert Džúr
Katedra didaktiky matematiky, fyziky a informatiky

Barbora Pokorná
Katedra algebry a geometrie

Fakulta matematiky, fyziky a informatiky, Univerzita Komenského v Bratislave